

**Tema DA–06: Razonamiento  
automático con igualdad**

**José A. Alonso Jiménez  
Miguel A. Gutiérrez Naranjo**

**Dpto. de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial**

**UNIVERSIDAD DE SEVILLA**

# Axiomas de igualdad

- Problema 1:
  - Enunciado: Demostrar que si Francisco es igual a Curro y a Paco, entonces Curro y Paco son iguales
- Problema 1: Primer intento
  - Entrada ej-1a.in

```
list(sos).
francisco = curro.
francisco = paco.
paco != curro.
end_of_list.

set(binary_res).
```
  - Salida

```
Search stopped because sos empty.
```

# Axiomas de igualdad

- Problema 1b: Con axiomas de igualdad

- Entrada ej-1b.in

```
list(sos).
x=x.           % Reflexividad
x!=y | y=x.    % Simetría
x!=y | y!=z | x=z. % Transisitividad
francisco = curro.
francisco = paco.
paco != curro.
end_of_list.

set(binary_res).
```

- Prueba

```
2 [] x!=y|y=x.
3 [] x!=y|y!=z|x=z.
4 [] francisco=curro.
5 [] francisco=paco.
6 [] paco!=curro.
8 [binary,2.1,4.1] curro=francisco.
9 [binary,2.2,6.1] curro!=paco.
10 [binary,3.1,8.1] francisco!=x|curro=x.
24 [binary,10.1,5.1] curro=paco.
25 [binary,24.1,9.1] $F.
```

- Estadísticas

Analiz.	Gener.	Reten.	Sub. adel.	Sub. atrás	Seg.
10	35	18	10	0	0.63

# Axiomas de igualdad

## ● Problema 1c: Con soporte y resolución UR

### ● Entrada ej-1c.in

```
list(usable).
x=x.                % Reflexividad
x!=y | y=x.        % Simetría
x!=y | y!=z | x=z. % Transisitividad
francisco = curro.
francisco = paco.
end_of_list.

list(sos).
paco != curro.
end_of_list.

set(ur_res).
```

### ● Prueba

```
2 [] x!=y|y=x.
3 [] x!=y|y!=z|x=z.
4 [] francisco=curro.
5 [] francisco=paco.
6 [] paco!=curro.
7 [ur,6,3,4] paco!=francisco.
9 [ur,7,2] francisco!=paco.
10 [binary,9.1,5.1] $F.
```

### ● Estadísticas

Analiz.	Gener.	Reten.	Sub. adel.	Sub. atrás	Seg.
2	7	3	4	0	0.00

# Axiomas de sustitución funcionales

- Problema 2:

- Enunciado: Demostrar que si la opuesta de la derecha es la izquierda y la opuesta de la izquierda es la derecha, entonces la opuesta a la opuesta de la derecha es la derecha

- Problema 2a: Con axiomas de igualdad

- Entrada ej-2a.in

```
list(sos).  
x=x.                % Reflexividad  
x!=y | y=x.        % Simetría  
x!=y | y!=z | x=z. % Transisitividad  
opuesta(derecha) = izquierda.  
opuesta(izquierda) = derecha.  
opuesta(opuesta(derecha)) != derecha.  
end_of_list.  
  
set(binary_res).
```

- Salida

```
KEPT 35: opuesta(opuesta(derecha)) != opuesta(izquierda).
```

- No para

# Axiomas de sustitución funcionales

- Problema 2b1: Con axioma de sustitución

- Entrada ej-2b1.in

```
include('ej-2a.in').
```

```
list(sos).
```

```
opuesta(opuesta(derecha)) != derecha.
```

```
end_of_list.
```

- Prueba

```
2 [] x!=y|y=x.
```

```
3 [] x!=y|y!=z|x=z.
```

```
4 [] x!=y|opuesta(x)=opuesta(y).
```

```
5 [] opuesta(derecha)=izquierda.
```

```
6 [] opuesta(izquierda)=derecha.
```

```
7 [] opuesta(opuesta(derecha))!=derecha.
```

```
8 [binary,2.1,6.1] derecha=opuesta(izquierda).
```

```
9 [binary,2.1,5.1] izquierda=opuesta(derecha).
```

```
10 [binary,2.2,7.1] derecha!=opuesta(opuesta(derecha)).
```

```
11 [binary,4.1,9.1] opuesta(izquierda)  
=opuesta(opuesta(derecha)).
```

```
36 [binary,3.1,8.1] opuesta(izquierda)!=x|derecha=x.
```

```
81 [binary,36.1,11.1] derecha=opuesta(opuesta(derecha)).
```

```
82 [binary,81.1,10.1] $F.
```

- Estadísticas

Analiz.	Gener.	Reten.	Sub. adel.	Sub. atrás	Seg.
23	130	74	49	0	0.02

# Axiomas de sustitución funcionales

## ● Problema 2b2: Con soporte y resolución UR

### ● Entrada ej-2b2.in

```
list(usable).
x=x.                                % Reflexividad
x!=y | y=x.                          % Simetría
x!=y | y!=z | x=z.                  % Transisitividad
x!=y | opuesta(x)=opuesta(y).      % Sustitución
opuesta(derecha) = izquierda.
opuesta(izquierda) = derecha.
end_of_list.
```

```
list(sos).
opuesta(opuesta(derecha)) != derecha.
end_of_list.
```

```
set(ur_res).
assign(stats_level,1).
```

### ● Prueba

```
3 [] x!=y|y!=z|x=z.
4 [] x!=y|opuesta(x)=opuesta(y).
5 [] opuesta(derecha)=izquierda.
6 [] opuesta(izquierda)=derecha.
7 [] opuesta(opuesta(derecha))!=derecha.
8 [ur,7,3,6] opuesta(opuesta(derecha))!=opuesta(izquierda)
10 [ur,8,4] opuesta(derecha)!=izquierda.
11 [binary,10.1,5.1] $F.
```

### ● Estadísticas

Analiz.	Gener.	Reten.	Sub. adel.	Sub. atrás	Seg.
3	8	3	5	0	0.00

# Axiomas de sustitución relacionales

- Problema 3

- Demostrar que si los padres son mayores que los hijos y Luis es el padre de Juan, entonces Luis es mayor que Juan.

- Problema 3a: Con axiomas de sustitución relacionales

- Entrada ej-3a.in

```
list(sos).
x=x.                                     % Reflexividad
x!=y | y=x.                             % Simetría
x!=y | y!=z | x=z.                     % Transisitividad
x!=y | Padre(x)=Padre(y).             % Sustitución
x1!=x2 | -Mayor(x1,y) | Mayor(x2,y).  % Sustitución
y1!=y2 | -Mayor(x,y1) | Mayor(x,y2).  % Sustitución
Mayor(Padre(x),x).
Padre(Juan)=Luis.
-Mayor(Luis,Juan).
end_of_list.

set(binary_res).
```



# Axiomas de sustitución relacionales

- Prueba

- 1  $\square x=x.$
- 2  $\square x!=y|y=x.$
- 3  $\square x!=y|y!=z|x=z.$
- 5  $\square x1!=x2| -Mayor(x1,y)|Mayor(x2,y).$
- 7  $\square Mayor(Padre(x),x).$
- 8  $\square Padre(Juan)=Luis.$
- 9  $\square -Mayor(Luis,Juan).$
- 26 [binary,3.1,8.1]  $Luis!=x|Padre(Juan)=x.$
- 53 [binary,26.1,2.2]  $Padre(Juan)=x|x!=Luis.$
- 303 [binary,5.3,9.1]  $x!=Luis| -Mayor(x,Juan).$
- 312 [binary,303.1,53.1,unit\_del,7,1]  $\$F.$

- Estadísticas

Analiz.	Gener.	Reten.	Sub. adel.	Sub. atrás	Seg.
55	671	302	351	0	0.23

# Axiomas de sustitución relacionales

## • Problema 3b: Con soporte y resolución UR

### • Entrada ej-3b.in

```
list(usable).
x=x.                                     % Reflexividad
x!=y | y=x.                             % Simetría
x!=y | y!=z | x=z.                     % Transisitividad
x!=y | Padre(x)=Padre(y).              % Sustitución
x1!=x2 | -Mayor(x1,y) | Mayor(x2,y).   % Sustitución
y1!=y2 | -Mayor(x,y1) | Mayor(x,y2).   % Sustitución
Mayor(Padre(x),x).
Padre(Juan)=Luis.
end_of_list.

list(sos).
-Major(Luis,Juan).
end_of_list.

set(ur_res).
```

### • Prueba

```
5 [] x1!=x2| -Mayor(x1,y) | Mayor(x2,y).
7 [] Mayor(Padre(x),x).
8 [] Padre(Juan)=Luis.
9 [] -Mayor(Luis,Juan).
10 [ur,9,5,7] Padre(Juan)!=Luis.
11 [binary,10.1,8.1] $F.
```

### • Estadísticas

Analiz.	Gener.	Reten.	Sub. adel.	Sub. atrás	Seg.
1	2	1	1	0	0.00

# Axiomas de sustitución relacionales

- Problema 3c: Sin funciones ni igualdad

- Entrada ej-3c.in

```
list(sos).  
-Padre(x,y) | Mayor(x,y).  
Padre(Luis,Juan).  
-Mayor(Luis,Juan).  
end_of_list.
```

```
set(binary_res).
```

- Prueba

```
1 [] -Padre(x,y) | Mayor(x,y).  
2 [] Padre(Luis,Juan).  
3 [] -Mayor(Luis,Juan).  
4 [binary,1.1,2.1] Mayor(Luis,Juan).  
5 [binary,4.1,3.1] $F.
```

- Estadísticas

Analiz.	Gener.	Reten.	Sub. adel.	Sub. atrás	Seg.
3	1	1	0	0	0.00

# Razonamiento con igualdad

- Axiomas de igualdad

- Mediante fórmulas

```
all x (x=x).           % Reflexividad
all x y (x=y -> y=x).  % Simetría
all x y z (x=y & y=z -> x=z). % Transitividad

% Axiomas de sustitución de la función f/3
all x1 x2 x3 y (x1=y -> f(x1,x2,x3) = f(y,x2,x3)).
all x1 x2 x3 y (x2=y -> f(x1,x2,x3) = f(x1,y,x3)).
all x1 x2 x3 y (x3=y -> f(x1,x2,x3) = f(x1,x2,y)).

% Axiomas de sustitución de la relación P/3
all x1 x2 x3 y (x1=y & P(x1,x2,x3) -> P(y.x2.x3)).
all x1 x2 x3 y (x2=y & P(x1,x2,x3) -> P(x1.y.x3)).
all x1 x2 x3 y (x3=y & P(x1,x2,x3) -> P(x1.x2.y)).
```

- Mediante cláusulas

```
x = x.           % Reflexividad
x != y | y = x.  % Simetría
x != y | y! = z | x=z. % Transitividad

% Axiomas de sustitución de la función f/3
x1 != y | f(x1,x2,x3) = f(y,x2,x3)).
x2 != y | f(x1,x2,x3) = f(x1,y,x3)).
x3 != y | f(x1,x2,x3) = f(x1,x2,y)).

% Axiomas de sustitución de la relación P/3
x1 != y | -P(x1,x2,x3) | P(y.x2.x3)).
x2 != y | -P(x1,x2,x3) | P(x1.y.x3)).
x3 != y | -P(x1,x2,x3) | P(x1.x2.y)).
```

# Paramodulación

- Problema 4:

- Enunciado:  $\{P(a), a = b\} \models P(b)$

- Entrada: ej-4.in

```
list(sos).  
P(a).  
a=b.  
-P(b).  
end_of_list.
```

```
set(para_into).  
set(para_from).
```

- Búsqueda

```
given clause #1: (wt=2) 1 [] P(a).
```

```
given clause #2: (wt=2) 3 [] -P(b).
```

```
given clause #3: (wt=3) 2 [] a=b.
```

```
** KEPT (pick-wt=3): 4 [para_into,2.1.1,2.1.1] b=b.
```

```
** KEPT (pick-wt=3): 5 [para_into,2.1.2,2.1.2] a=a.
```

```
** KEPT (pick-wt=2): 6 [para_from,2.1.1,1.1.1] P(b).
```

- ¿Cómo evitar conocimiento “evidente”:  $a=a$ ,  $b=b$ ?

# Paramodulación

- Problema 5: Ejemplos de paramodulación

- Entrada: ej-5.in

```
list(sos).  
P(f(x,b),x) | Q(x).  
f(a,x)=x | R(x).  
end_of_list.
```

```
set(para_into).  
set(para_from).
```

- Búsqueda

```
given clause #1: (wt=7) 1 [] P(f(x,b),x)|Q(x).
```

```
given clause #2: (wt=7) 2 [] f(a,x)=x|R(x).
```

```
** KEPT 3 [para_into,2.1.1,2.1.1] x=x|R(x).
```

```
** KEPT 4 [para_from,2.1.1,1.1.1] P(b,a)|Q(a)|R(b).
```

- Explicaciones

```
3 [para_into,2.1.1,2.1.1] x=x | R(x).
```

```
Into 2.1.1 'f(a,x1)'=x1 | R(x1).
```

```
from 2.1.1 'f(a,x2)'=x2 | R(x2).
```

```
Unificador s = {x2/x1}
```

```
Paramodulante ((x2=x1) | R(x2) | R(x1))s
```

```
=> x1=x1 | R(x1)
```

```
=> x=x | R(x)
```

# Paramodulación

4 [para\_from,2.1.1,1.1.1]  $P(b,a) \mid Q(a) \mid R(b)$ .

From 2.1.1  $'f(a,x1)'=x1 \mid R(x1)$ .

into 1.1.1  $P('f(x2,b)',x2) \mid Q(x2)$ .

Unificador  $s = \{x2/a, x1/b\}$

Paramodulante  $(P(x1,x2) \mid Q(x2) \mid R(x1))s$   
 $\Rightarrow P(b) \mid Q(a) \mid R(b)$ .

## • Regla de paramodulación

### • Izquierda

$$\frac{s_1 = t \cup C \quad L[s_2] \cup D}{L[t]\sigma \cup C\sigma \cup D\sigma}$$

donde  $\sigma$  es un unificador de máxima generalidad de  $s_1$  y  $s_2$

### • Derecha

$$\frac{t = s_1 \cup C \quad L[s_2] \cup D}{L[t]\sigma \cup C\sigma \cup D\sigma}$$

donde  $\sigma$  es un unificador de máxima generalidad de  $s_1$  y  $s_2$

# Paramodulación

## ● Problema 3d: Mediante paramodulación

### ● Entrada ej-3d.in

```
x=x.                % Reflexividad
Mayor(Padre(x),x).
Padre(Juan)=Luis.
end_of_list.

list(sos).
-Mayor(Luis,Juan).
end_of_list.

set(para_into).
```

### ● Prueba

```
2 [] Mayor(Padre(x),x).
3 [] Padre(Juan)=Luis.
4 [] -Mayor(Luis,Juan).
5 [para_into,4.1.1,3.1.2] -Mayor(Padre(Juan),Juan).
6 [binary,5.1,2.1] $F.
```

### ● Cláusula 5

```
into 4.1.1          -Mayor('Luis',Juan)
from 4.1.2          Padre(Juan)='Luis'
[para_into,4.1.1,3.1.2] -Mayor(Padre(Juan),Juan)
```

### ● Estadísticas

Analiz.	Gener.	Reten.	Sub. adel.	Sub. atrás	Seg.
1	1	1	0	0	0.02



# Paramodulación

- Problema 1d mediante paramodulación

- Entrada ej-1d.in

```
list(usable).  
x=x.                % Reflexividad  
francisco = curro.  
francisco = paco.  
end_of_list.  
  
list(sos).  
paco != curro.  
end_of_list.  
  
set(para_into).
```

- Prueba

```
2 [] francisco=curro.  
3 [] francisco=paco.  
4 [] paco!=curro.  
5 [para_into,4.1.1,3.1.2] francisco!=curro.  
6 [binary,5.1,2.1] $F.
```

- Cláusula 5

```
into 4.1.1          'paco'!=curro  
from 3.1.2          francisco='paco'  
[para_into,4.1.1,3.1.2] francisco!=curro.
```

- Estadísticas

Analiz.	Gener.	Reten.	Sub. adel.	Sub. atrás	Seg.
1	1	1	0	0	0.00

# Paramodulación

## • Problema 2c mediante paramodulación

### • Entrada ej-2c.in

```
list(usable).
x=x.                % Reflexividad
opuesta(derecha) = izquierda.
opuesta(izquierda) = derecha.
end_of_list.

list(sos).
opuesta(opuesta(derecha)) != derecha.
end_of_list.

set(para_into).
set(para_from).
```

### • Prueba

```
2 [] opuesta(derecha)=izquierda.
3 [] opuesta(izquierda)=derecha.
4 [] opuesta(opuesta(derecha))!=derecha.
6 [para_into,4.1.1.1,2.1.1] opuesta(izquierda)!=derecha.
7 [binary,6.1,3.1] $F.
```

### • Cláusula 6 [para\_into,4.1.1.1,2.1.1]

```
into 4.1.1 opuesta('opuesta(derecha)')!=derecha.
from 2.1.1 'opuesta(derecha) '=izquierda
6          opuesta(izquierda)!=derecha.
```

### • Estadísticas

Analiz.	Gener.	Reten.	Sub. adel.	Sub. atrás	Seg.
1	2	2	0	0	0.01

# Demodulación

- Def. de demodulación:
  - $C[t]$  es una cláusula que contiene el término  $t$
  - $t_1 = t_2$
  - $\sigma$  es un unificador de máxima generalidad de  $t$  y  $t_1$
  - Demodulación:  $C[t_2\sigma]$

- Problema 1e mediante demodulación

- Entrada ej-1e.in

```
list(usable).  
x=x.                % Reflexividad  
end_of_list.
```

```
list(demodulators).  
curro = francisco.  
paco = francisco.  
end_of_list.
```

```
list(sos).  
paco != curro.  
end_of_list.
```

```
set(process_input).
```

- Prueba

```
1 [] x=x.  
2 [] curro=francisco.  
3 [] paco=francisco.  
4 [copy,5,demod,3,2] francisco!=francisco.  
5 [] paco!=curro.  
6 [binary,4.1,1.1] $F.
```

# Demodulación

- Problema 2d mediante demodulación

- Entrada ej-2d.in

```
list(usable).  
x=x.  
end_of_list.
```

```
list(demodulators).  
opuesta(derecha) = izquierda.  
opuesta(izquierda) = derecha.  
end_of_list.
```

```
list(sos).  
opuesta(opuesta(derecha)) != derecha.  
end_of_list.
```

```
set(process_input).
```

- Prueba

```
1 [] x=x.  
2 [] opuesta(derecha)=izquierda.  
3 [] opuesta(izquierda)=derecha.  
4 [copy,5,demod,2,3] derecha!=derecha.  
5 [] opuesta(opuesta(derecha))!=derecha.  
6 [binary,4.1,1.1] $F.
```

# Demodulación

## ● Problema 6

- **Enunciado:** Demostrar que si Juan está casado y es el tío de Pepe, entonces el hermano del padre de Juan está casado

- **Entrada** ej-6a.in

```
list(usable).
```

```
x=x.
```

```
casado(juan).
```

```
end_of_list.
```

```
list(demodulators).
```

```
hermano(padre(x)) = tio(x).
```

```
tio(pepe)=juan.
```

```
end_of_list.
```

```
list(sos).
```

```
-casado(hermano(padre(pepe))).
```

```
end_of_list.
```

```
set(binary_res).
```

```
set(process_input).
```

- **Prueba**

```
2 [] casado(juan).
```

```
3 [] hermano(padre(x))=tio(x).
```

```
4 [] tio(pepe)=juan.
```

```
5 [copy,6,demod,3,4] -casado(juan).
```

```
6 [] -casado(hermano(padre(pepe))).
```

```
7 [binary,5.1,2.1] $F.
```

# Demodulación

- Problema 6b: mediante paramodulación

- Entrada ej-6b.in

```
list(usable).
x=x.
casado(juan).
hermano(padre(x)) = tio(x).
tio(pepe)=juan.
end_of_list.

list(sos).
-casado(hermano(padre(pepe))).
end_of_list.

set(para_into).
```

- Prueba

```
2 [] casado(juan).
3 [] hermano(padre(x))=tio(x).
4 [] tio(pepe)=juan.
5 [] -casado(hermano(padre(pepe))).
6 [para_into,5.1.1,3.1.1] -casado(tio(pepe)).
7 [para_into,6.1.1,4.1.1] -casado(juan).
8 [binary,7.1,2.1] $F.
```

# Operadores

- Problema 7

- Enunciado: Sea  $G$  un grupo y  $e$  su elemento neutro. Demostrar que si, para todo  $x$  de  $G$ ,  $x^2 = e$ , entonces  $G$  es conmutativo.

- Formalización

- Axiomas de grupo

$$(\forall x)[e.x = x]$$

$$(\forall x)[x.e = x]$$

$$(\forall x)[x.x^{-1} = e]$$

$$(\forall x)[x^{-1}.x = e]$$

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)[(x.y).z = x.(y.z)]$$

- Hipótesis

$$(\forall x)[x.x = e]$$

- Conclusión

$$(\forall x)(\forall y)[x.y = y.x]$$

# Operadores

- Entrada ej-7a.in

```
op(400, xfy, *).  
op(300, yf, ^).
```

```
list(usable).
```

```
x = x. % Reflexividad  
e * x = x. % Ax. 1  
x * e = x. % Ax. 2  
x^ * x = e. % Ax. 3  
x * x^ = e. % Ax. 4  
(x * y) * z = x * (y * z). % Ax. 5  
end_of_list.
```

```
list(sos).
```

```
x * x = e.  
a * b != b * a.  
end_of_list.
```

```
set(para_into).  
set(para_from).
```



# Operadores

- Prueba

- 2 []  $e*x=x$ .
- 3 []  $x*e=x$ .
- 6 []  $(x*y)*z=x*y*z$ .
- 7 []  $x*x=e$ .
- 8 []  $a*b!=b*a$ .
- 19 [para\_from,7.1.2,3.1.1.2]  $x*y*y=x$ .
- 20 [para\_from,7.1.2,2.1.1.1]  $(x*x)*y=y$ .
- 31 [para\_into,19.1.1,6.1.2]  $(x*y)*y=x$ .
- 167 [para\_into,20.1.1,6.1.1]  $x*x*y=y$ .
- 170 [para\_from,20.1.1,6.1.1]  $x=y*y*x$ .
- 496 [para\_into,167.1.1.2,31.1.1]  $(x*y)*x=y$ .
- 755 [para\_into,496.1.1.1,170.1.2]  $x*y=y*x$ .
- 756 [binary,755.1,8.1] \$F.

- Estadísticas

Analiz.	Gener.	Reten.	Sub. adel.	Sub. atrás	Seg.
72	5741	747	4994	45	0.26

- Cláusula 19 [para\_from,7.1.2,3.1.1.2]

from 7.1.2  $x1*x1=E$   
into 3.1.1.2  $x2*E=x2$   
 $x2*(x1*x1)=x2$  { $x2/x$ ,  $x1/y$ }  
 $\Rightarrow x*(y*y)=x$

- Cláusula 20 [para\_from,7.1.2,2.1.1.1]

from 7.1.2  $x1*x1=E$   
into 2.1.1.1  $E*x2=x2$ .  
 $(x1*x1)*x2=x2$  { $x1/x$ ,  $x2/y$ }  
 $\Rightarrow (x*x)*y=y$

# Operadores

- Cláusula 31 [para\_into,19.1.1,6.1.2]

into 19.1.1  $X2*(Y2*Y2)=x2$   
from 6.1.2  $(x1*y1)*z1=X1*(Y1*Z1)$   
Unificador  $s = \{x2/x1, y2/y1, z1/y1\}$   
Paramodulante  $((x1*y1)*z1=x2)s$   
 $\Rightarrow (x1*y1)*y1=x1 \quad \{x1/x, y1/y\}$   
 $\Rightarrow (x*y)*y=x$

- Cláusula 167 [para\_into,20.1.1,6.1.1]

into 20.1.1  $(X2*X2)*Y2=y2$   
from 6.1.1  $(X1*Y1)*Z1=x1*(y1*z1)$   
Unificador  $s = \{x1/x2, y1/x2, z1/y2\}$   
Paramodulante  $(x1*(y1*z1)=y2)s$   
 $\Rightarrow x2*(x2*y2)=y2 \quad \{x2/x, y2/y\}$   
 $\Rightarrow x*(x*y)=y$

- Cláusula 496 [para\_into,167.1.1.2,31.1.1]

into 167.1.1.2  $x2*(X2*Y2)=y2$   
from 31.1.1  $(X1*Y1)*Y1=x1$   
Unificador  $s = \{x2/x1*y1, y2/y1\}$   
Paramodulante  $(x2*x1=y2)s$   
 $\Rightarrow (x1*y1)*x1=y1 \quad \{x1/x, y1/y\}$   
 $\Rightarrow (x*y)*x=y$

- Cláusula 755 [para\_into,496.1.1.1,170.1.2]

into 496.1.1.1  $(X2*Y2)*x2=y2$   
from 170.1.2  $x1=Y1*(Y1*X1)$   
Unificador  $s = \{x2/y1, y2/y1*x1\}$   
Paramodulante  $((x1*x2)=y2)s$   
 $\Rightarrow x1*y1=y1*x1 \quad \{x1/x, y1/y\}$   
 $\Rightarrow x*y=y*x$

# Demoduladores

- Mejora con demoduladores

- Entrada ej-7b.in

```
include('ej-7a.in').

list(demodulators).
e * x = x.                % Ax. 1
x * e = x.                % Ax. 2
x^ * x = e.              % Ax. 3
x * x^ = e.              % Ax. 4
(x * y) * z = x * (y * z). % Ax. 5
end_of_list.
```

- Prueba

```
1 [] e*x=x.
5 [] (x*y)*z=x*y*z.
7 [] x*x=e.
8 [] a*b!=b*a.
10 [] x*e=x.
13 [] (x*y)*z=x*y*z.
14 [para_into,7.1.1,5.1.2,demod,13,13,13] x*y*x*y=e.
20 [para_from,7.1.2,1.1.1.1,demod,13] x*x*y=y.
494 [para_from,14.1.1,20.1.1.2,demod,10] x=y*x*y.
540 [para_from,494.1.2,20.1.1.2] x*y=y*x.
541 [binary,540.1,8.1] $F.
```

- Estadísticas

Analiz.	Gener.	Reten.	Sub. adel.	Sub. atrás	Seg.
68	5562	527	5035	7	0.26

# Demoduladores dinámicos

- Mejora con demoduladores dinámicos

- Entrada ej-7c.in

```
include('ej-7b.in').
```

```
set(dynamic_demod).
```

- Prueba

```
5 [] (x*y)*z=x*y*z.
```

```
7 [] x*x=e.
```

```
8 [] a*b!=b*a.
```

```
9 [] e*x=x.
```

```
10 [] x*e=x.
```

```
13 [] (x*y)*z=x*y*z.
```

```
14 [para_into,7.1.1,5.1.2,demod,13,13,13]
```

```
x*y*x*y=e.
```

```
19 [para_from,7.1.1,5.1.1.1,demod,9,flip.1]
```

```
x*x*y=y.
```

```
31 [para_from,14.1.1,19.1.1.2,demod,10,flip.1]
```

```
x*y*x=y.
```

```
36 [para_from,31.1.1,19.1.1.2]
```

```
x*y=y*x.
```

```
37 [binary,36.1,8.1] $F.
```

- Estadísticas

Analiz.	Gener.	Reten.	Sub. adel.	Sub. atrás	Seg.
10	219	13	206	1	0.01

# Modo autónomo

## ● Problema 7d: con modo autónomo

### ● Entrada ej-7d.in

```
set(auto2).
op(400, xfy, *).
op(300, yf, ^).
list(usable).
e * x = x.                % Ax. 1
x * e = x.                % Ax. 2
x^ * x = e.               % Ax. 3
x * x^ = e.               % Ax. 4
(x * y) * z = x * (y * z). % Ax. 5
x = x.                    % Ax. 6
x * x = e.
a * b != b * a.
end_of_list.
```

### ● Prueba

```
1 [] a*b!=b*a.
2 [copy,1,flip.1] b*a!=a*b.
4,3 [] e*x=x.
6,5 [] x*e=x.
11 [] (x*y)*z=x*y*z.
14 [] x*x=e.
18 [para_into,11.1.1.1,14.1.1,demod,4,flip.1] x*x*y=y.
24 [para_into,11.1.1,14.1.1,flip.1] x*y*x*y=e.
34 [para_from,24.1.1,18.1.1.2,demod,6,flip.1] x*y*x=y.
38 [para_from,34.1.1,18.1.1.2] x*y=y*x.
39 [binary,38.1,2.1] $F.
```

### ● Estadísticas

Analiz.	Gener.	Reten.	Sub. adel.	Sub. atrás	Seg.
12	90	20	87	8	0.18

## Bibliografía

- Alonso, J.A.; Fernández, A. y Pérez, M.J. *Razonamiento automático* (en *Lógica formal (Orígenes, métodos y aplicaciones*, Ed. Kronos, 1995)
- Chang, C.L.; Lee, R.C.T. *Symbolic logic and mechanical theorem proving*. (Academic Press, 1973)
  - Cap. 8 “The equality relation”
- Genesereth, M.R. *Computational Logic* (27 March 2000)
  - Cap. 9 “Relational resolution”
- Genesereth, M.R. y Nilsson, N.J. *Logical foundations of Artificial Intelligence* (Morgan Kaufmann, 1987)
  - Cap. 4: “Resolution”
  - Cap. 5: “Resolution strategies”
- Wos, L.; Overbeek, R.; Lusk, E. y Boyle, J. *Automated Reasoning: Introduction and Applications, (2nd ed.)* (McGraw–Hill, 1992)