Metodología de la Programación. Corrección de Algoritmos

Curso 98–99

Ejercicio 1.–Consideremos el siguiente algoritmo A :

procedimiento $A(X, Y)$
  $Z \leftarrow 0$
  para $j \leftarrow 1$ **hasta** X **hacer**
    para $k \leftarrow 1$ **hasta** Y **hacer**
      $Z \leftarrow Z + 1$
  devolver Z

Se pide:

(a) Probar que A es correcto para hallar el producto de dos números naturales no nulos.

(b) Hallar el coste en tiempo de dicho algoritmo.

Ejercicio 2.–Consideremos el siguiente algoritmo A :

procedimiento $A(n)$
  $x \leftarrow 1; y \leftarrow 0; j \leftarrow 0$
  mientras $j < n$ **hacer**
    $X \leftarrow 2 \cdot X; Y \leftarrow Y + X; j \leftarrow j + 1$
  devolver Y

Se pide:

(a) Probar que A es correcto para hallar la suma de los n primeros términos de una progresión geométrica de razón 2 y primer término 2 (siendo $n > 0$).

(b) Hallar el coste en tiempo de dicho algoritmo.

Ejercicio 3.–Consideremos los siguientes algoritmos A y B :

procedimiento $A(X, n)$
  $Y \leftarrow 1$
  si $n \neq 0$ **entonces**
    $j \leftarrow 1$
    mientras $j \leq n$ **hacer**
      $Y \leftarrow X \cdot Y; j \leftarrow j + 1$
  devolver Y

procedimiento $B(X, n)$
  $Y \leftarrow 1; j \leftarrow n$
  mientras $j \neq 0$ **hacer**
    $Y \leftarrow X \cdot Y;\ j \leftarrow j - 1$
  devolver j

Se pide:

(a) Probar que los algoritmos A y B son correctos para hallar la potencia x^n, siendo n un número natural.

(b) Hallar los costes en tiempo de dichos algoritmos.

Ejercicio 4.–Consideremos los siguientes algoritmos A y B :

```
procedimiento A(n)
    si n = 0 entonces
        devolver 1
    si no
        devolver n · A(n − 1)
```

```
procedimiento B(n)
    si n = 0 entonces
        devolver 1
    si no
        j ← 1
        para k ← 1 hasta n hacer
            j ← k · j
        devolver j
```

Se pide:

(a) Probar que los algoritmos A y B son correctos para hallar la función factorial (que es la aplicación $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ caracterizada por $f(0) = 1$ y $\forall n > 0$ $(f(n) = (n-1) \cdot f(n))$.

(b) Hallar los costes en tiempo de dichos algoritmos.

Ejercicio 5.–Consideremos los siguientes algoritmos A y B :

```
procedimiento A(n)
    si n < 2 entonces
        devolver n
    si no
        devolver A(n − 1) + A(n − 2)
```

```
procedimiento B(n)
    si n = 0 entonces
        devolver 0
    si no
        i ← 0; j ← 1
        para k ← 1 hasta n − 1 hacer
            j ← i + j; i ← j − i
        devolver j
```

Se pide:

(a) Probar que los algoritmos A y B son correctos para hallar la sucesión de Fibonacci.

(b) Hallar los costes en tiempo de dichos algoritmos.

Ejercicio 6.–Consideremos el siguiente algoritmo A :

```
procedimiento A(n)
    S ← 0; X ← 0
    mientras X ≠ 2n + 2 hacer
        S ← S + X; X ← X + 2
    devolver S
```

Se pide:

(a) Probar que A es correcto para hallar la suma de los n primeros números naturales pares.

(b) Hallar el coste en tiempo de dicho algoritmo.

Ejercicio 7.–Consideremos el siguiente algoritmo A :

```
procedimiento A(n)
    S ← 0; X ← 0
    mientras X ≠ 2n + 2 hacer
        S ← S + X; X ← X + 2
    devolver S
```

Se pide:

(a) Probar que A es correcto para hallar la suma de los n primeros números naturales pares.

(b) Hallar el coste en tiempo de dicho algoritmo.

Ejercicio 8.–Consideremos el siguiente algoritmo :

procedimiento $division(X, Y)$

$R \leftarrow X; Q \leftarrow 0$

mientras $Y \leq R$ **hacer**

$R \leftarrow R - Y; Q \leftarrow Q + 1$

devolver (Q, R)

Se pide:

(a) Probar que el algoritmo *division* es correcto para hallar el cociente del número natural X por el número natural $Y \neq 0$.

(b) Hallar el coste en tiempo de dicho algoritmo.

Ejercicio 9.–Consideremos el siguiente algoritmo :

procedimiento $maximo(A[1, \ldots, n])$

$m \leftarrow A[1]; i \leftarrow 1; j \leftarrow 1$

para $i \leftarrow 2$ **hasta** n **hacer**

si $A[i] > m$ **entonces**

$m \leftarrow A[i]; j \leftarrow i$

devolver j

Se pide:

(a) Probar que el algoritmo *maximo* es correcto para hallar el mayor elemento de una lista numérica $A[1, \ldots, n]$.

(b) Hallar el coste en tiempo de dicho algoritmo.

Ejercicio 10.–Consideremos el siguiente algoritmo A :

procedimiento $A(X, Y)$

$Z \leftarrow 0; S \leftarrow X; T \leftarrow Y$

mientras $S \neq 0$ **hacer**

mientras S sea par **hacer**

$T \leftarrow 2 \cdot T; S \frac{S}{2}$

$Z \leftarrow Z + T; S \leftarrow S - 1$

devolver Z

Se pide:

(a) Probar que A es correcto para hallar el producto de dos números naturales.

(b) Hallar el coste en tiempo de dicho algoritmo.