Examen Extraordinario. Teoría de Conjuntos. (11–Diciembre–1997)

Nombre y Apellidos ....

Teoría: Sea $\langle A, R\rangle$ una clase bien ordenada. Sea $B \subsetneq A$ un *segmento* inicial de $\langle A, R\rangle$. Probar que B es una *sección* inicial de $\langle A, R\rangle$.

Ejercicio 1.– Probar que la clase

$$A = \{x : \forall y\ (x \in y \to \exists z \in y\ (z \cap y = \emptyset))\}$$

es propia.

Ejercicio 2.– Sea $F : \mathbf{Ord} \to \mathbf{Ord}$ una función normal. Sea α el *menor* punto fijo de F. Probar que

$$\forall \beta \in \mathbf{Ord}\ (0 < \beta < \alpha \to F[\beta] \not\subseteq \beta)$$

Ejercicio 3.– Demostrar o refutar:

(1) $\forall n \in \omega\ \forall \alpha \geq \omega\ (\aleph_n^{\aleph_\alpha} = 2^{\aleph_\alpha} \cdot \aleph_{n+1})$.

(2) Sean $\alpha \in \mathbf{Ord}$ y $(\lambda_i)_{i \in \omega_\alpha}$ una familia de cardinales pertenecientes a ω_α. Se verifica que $\displaystyle\sum_{i \in \omega_\alpha} \lambda_i = \aleph_\alpha$.

(3) $\forall \alpha \in \mathbf{Ord}\ (\alpha < \varepsilon_0 \to \alpha + \varepsilon_0 = \alpha \cdot \varepsilon_0 = \alpha^{\varepsilon_0} = \varepsilon_0)$.

Puntuación : Teor¡a: 1 punto. Ej. 1: 2 puntos. Ej. 2: 3 puntos. Ej. 3: 4 puntos.