ALGEBRA II. TEORÍA DE CONJUNTOS. (25–Junio–1999)

Nombre y Apellidos ....

Ejercicio 1.– Demostrar o refutar:

(a) La clase $A = \{\langle x, y\rangle : \langle x, y\rangle$ es una relación$\}$ es propia.

(b) Existe una función continua $F : \mathbf{Ord} \to \mathbf{Ord}$ tal que

- $F(0) = 0$
- $\forall \alpha \in \mathbf{Ord},\ F(\alpha^+) = \bigcup F(\alpha)$
- $F(\omega^3) = F(\omega^2 + 2)$

(c) Si $(a_n)_{n\in\omega}$ es una familia de subconjuntos de $\mathbb{R}$ tal que para cada $n \in \omega$, el complementario de a_n es numerable,entonces $\bigcap_{n\in\omega} a_n$ es no numerable.

Ejercicio 2.– Dada la clase

$$A = \{\alpha \in \mathbf{Ord} : \exists n \in \omega\ (\alpha = \omega \cdot n + n\ \vee\ \alpha = \omega^n)\}$$

se pide:

(a) ¿Es A un conjunto? Razónese la respuesta.

(b) Hallar el tipo ordinal de $\langle A, <\rangle$, explicitando un isomorfismo y probando que lo es.

Ejercicio 3.– Determinar, razonadamente, todos los ordinales α tales que

$$2^{(\omega^\alpha)} = \omega^{(\omega^\alpha)}$$

(**Indicación:** Téngase presente que si $\alpha \geq \omega$, entonces $1 + \alpha = \alpha$)

Puntuación : Ej. 1: 4'5 puntos. Ej. 2: 3 puntos. Ej. 3: 2'5 puntos.