ÁLGEBRA II . TEORÍA DE CONJUNTOS 17 de Septiembre de 1998

Nombre y Apellidos ....

Ejercicio 1.- Probar que existe una única aplicación $f : \omega \to \omega$ tal que:

(a) $f(0) = 1$.

(b) $\forall n \in \omega\ (f(n+1) = (n+1) \cdot f(n))$.

Ejercicio 2.- Probar que:

(a) $\forall n \in \omega - \{0,1\}\ (1^n + 2^n < 3^n)$.

(b) $\forall \alpha \in \mathbf{Ord} - \{1\}\ (\alpha$ es límite $\Longleftrightarrow 1^\alpha + 2^\alpha = 3^\alpha)$.

Ejercicio 3.- Sea $\alpha \in \mathbf{Ord}$. Notaremos por ω_α al cardinal $\aleph_\alpha$. Sea $(\lambda_i)_{i \in \omega_\alpha}$ una familia de cardinales estríctamente mayores que 1 y pertenecientes a ω_α. Se pide:

(a) Probar que $\prod_{i \in \omega_\alpha} \lambda_i \subseteq {}^{\omega_\alpha}\omega_\alpha$.

(b) Probar que ${}^{\omega_\alpha}2 \subseteq \prod_{i \in \omega_\alpha} \lambda_i$.

(c) A partir de (a) y (b), hallar el cardinal del conjunto $\prod_{i \in \omega_\alpha} \lambda_i$.

Nota: $\prod_{i \in \omega_\alpha} \lambda_i$ es el producto de los conjuntos de la familia $(\lambda_i)_{i \in \omega_\alpha}$ y ${}^a b$ es el conjunto de las aplicaciones del conjunto a en el conjunto b.

Puntuación: Ej. 1: 3 puntos. Ej.2: 3.5 puntos. Ej. 3: 3.5 puntos.