ALGEBRA II. TEORÍA DE CONJUNTOS. (16–Septiembre–1999)

Nombre y Apellidos ....

Ejercicio 1.– Se pide:

(a) Sea x un conjunto bien ordenable. Probar que la clase

$$A = \{\alpha \in \mathbf{Ord} : \exists R\ (R \text{ buen orden sobre } x \wedge t.o.(\langle x, R\rangle) = \alpha)\}$$

es conjunto.

(b) Sea $\alpha \in \mathbf{Ord}$ distinto de cero. Probar que la clase

$$B = \{x : \exists R\ (R \text{ buen orden sobre } x \wedge t.o.(\langle x, R\rangle) = \alpha)\}$$

es propia. ¿Qué ocurre si $\alpha = 0$?

Ejercicio 2.– Sea $p \in \omega - \{0,1\}$. Se pide:

(a) Hallar, para cada $n \in \omega - \{0,1\}$, la forma normal de Cantor del ordinal $p^{(\omega^n + n)}$.

(b) Probar que la función $F : \mathbf{Ord} \to \mathbf{Ord}$ definida por $F(\alpha) = p^{(\omega^\alpha + \alpha)}$ es creciente, pero **no** es continua.

Indicación: (a) Pruébese por inducción débil sobre n. (b) Analícese el caso $\alpha = \omega$.

Ejercicio 3.– Hallar el cardinal del conjunto de las funciones $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tales que f es constante sobre los irracionales.

Puntuación : Ej. 1: 4 puntos. Ej. 2: 3’5 puntos. Ej. 3: 2’5 puntos.